# Interrogation n°7 – Algèbre linéaire et DL

**(sujet A)**

NOM : ................................................................ Prénom : .................................................... Note :

1. Soit $f : \mathbb{R}_2[X] \to \mathbb{R}_2[X]$ la fonction définie par $f(aX^2 + bX + c) = (2b - c)X^2 + (b - 2c)X$. Déterminer une base de $\operatorname{Ker} f$.

2. Soit $a \in \mathbb{R}$. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction dont le $\mathrm{DL}_2(0)$ est :
$$f(x) = 1 + ax + (a+2)x^2 + \underset{x\to 0}{o}\left(x^2\right)$$
Quelle est l'équation de la tangente à $f$ en 0 ? Est-ce que $f$ admet un extremum local en 0 ? Discuter selon la valeur de $a$.

3. Déterminer $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$

# Interrogation n°7 – Algèbre linéaire et DL
## (sujet B)

NOM : ................................................................ Prénom : .................................................... Note :

1. Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - 3z = 0\}$. Montrer que $\dim F = 2$.

2. Justifier que la fonction $\mathrm{th} : x \mapsto \frac{\mathrm{sh}\, x}{\mathrm{ch}\, x}$ admet un $\mathrm{DL}_7(0)$. En est-il de même de la fonction $\mathrm{coth} : x \mapsto \frac{\mathrm{ch}\, x}{\mathrm{sh}\, x}$ ?

3. Soit $f : \mathbb{R}[X] \to \mathbb{R}[X]$ définie par $f(P) = \frac{P(X)+P(-X)}{2}$. Montrer que $f$ est un projecteur.